$$W_{к1}^{отв2} + W_{к2}^{отв2} + W_{к\,сист}^{отв2} = W_{1}^{отв2} + W_{2}^{отв2} + W_{\Sigma}^{отв2} \cdot K_{2\,отв\,\Sigma} -$$

$$- W_{\Sigma}^{отв2} \cdot (K_{2\,уч\,1} + K_{2\,уч\,2} + K_{2\,уч\,1} \cdot K_{2\,отв\,\Sigma} + K_{2\,уч\,2} \cdot K_{2\,отв\,\Sigma}).$$

С учетом условия (5) баланс в ТОП сходится:

$$W_{к1}^{отв2} + W_{к2}^{отв2} + W_{к\,сист}^{отв2} = 0.$$

Таким образом, разработана методика определения ответственности за нарушение симметрии напряжения в ТОП, согласно которой на основе коэффициентов участия в нарушении симметрии определяется ответственность субъектов за ту часть электроэнергии, которая получена с нарушениями требований ГОСТа.

В методике реализуется соблюдение баланса по штрафным санкциям и компенсации ущерба в ТОП.

Предлагаемая методика распространяется на всех субъектов распределения электроэнергии, включая сетевое предприятие.

1. Методические указания по контролю и анализу качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. Ч.2. Анализ качества электрической энергии РД 153-34.0-15.501-01. Разработано научно-методическим центром ООО «Научный центр ЛИНВИТ». – М., 2001. – 23 с.

2.Сендерович Г.А. Использование мощности симметричных составляющих для определения фактического вклада субъекта в искажение симметрии // Автоматика. Автоматизация. Электрические комплексы и системы. – 2005. – №1(15). – С.15-18.

3.Сендерович Г.А. Определение действительного вклада потребителя в создание несимметрии на сборных шинах // Вісник Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”. Вип.47. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2004. – С.136-139.

4.Сендерович Г.А. Анализ влияния потребителей не несимметрию по обратной последовательности в точке общего присоединения // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2005. – №1/2 (13). – С.89-94.

5.Витяги з Правил користування електричною енергією щодо перетікань реактивної електроенергії та показників якості електроенергії // ПРОМЕЛЕКТРО. – 2002. – №4. – С.36-39.

Получено 05.05.2005

УДК 628.093 : 621.398

В.Ф.ХАРЧЕНКО, канд. техн. наук
Харьковская национальная академия городского хозяйства

К ВОПРОСУ ОБ АППРОКСИМАЦИИ ВОЛЬТ-АМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАЗРЯДНЫХ ЛАМП

Предлагается способ аппроксимации динамических вольт-амперных характеристик разрядных ламп, основанный на представлении периодических токов и напряжений, полученных экспериментально, измеренных с некоторыми ошибками, в виде тригонометрического полинома.

При расчетах электрических цепей с разрядными лампами вольт-амперные характеристики представляются либо алгебраическими или тригонометрическими полиномами, либо дифференциальными уравнениями. Каждая из этих аппроксимаций имеет свои преимущества и недостатки. Однако, в силу того, что алгебраическая аппроксимация иногда имеет простые выражения и небольшие расчетные алгоритмы, она широко используется при расчетах. Так, для аппроксимации статических вольт-амперных характеристик разрядных ламп используется уравнение [1]

$$U_л = BI_л^{\rho}\,, \tag{1}$$

где B и ρ – постоянные коэффициенты. Значения коэффициентов рассчитываются для различных типов ламп по статическим характеристикам, которые получены при включении разрядных ламп в сеть промышленной частоты.

Для аппроксимации динамических вольт-амперных характеристик разрядных ламп широко используются различные алгебраические выражения с определенной точностью аппроксимирующие зависимости $u_л = f(i_л)$ или $u_л = f(t)$. Вольт-секундная аппроксимация широко используется для расчетов схем с разрядными лампами. В зависимости от требуемой точности расчета применяемые аппроксимирующие выражения могут иметь различную сложность. Наиболее простая аппроксимация – это аппроксимация эквивалентной синусоидой, когда лампа заменяется линейной эквивалентной схемой с параметрами $R_э$ и $L_э$ [2]. На промышленной частоте такая аппроксимация приводит к большим погрешностям. Наиболее сложной из применяемых аппроксимаций является четырехугольная, когда напряжение на лампе представляется четырехугольником и разлагается в ряд Фурье [3]:

$$u_л(\theta) = \frac{4U_{г.ср.}}{\pi\alpha} \times \left[\sum_{q=1}^{\infty} A - \frac{\delta}{(\pi - 2\alpha)} \sum_{q=1}^{\infty} B \right], \tag{2}$$

где $A = \dfrac{\sin(2q-1)\alpha}{(2q-1)^2}\sin(2q-1)\theta$, $B = \dfrac{(\pi - 2\alpha) - \pi\cos(2q-1)\alpha}{(2q-1)^2}\cos(2q-1)\theta$.

Дальнейшее развитие этого метода аппроксимации нашло в работах А.Е.Краснопольского, где были введены значения среднего напряжения горения лампы $U_{г.ср.} = (U_1 + U_2)/2$ и относительного спада напряжения на лампе за полупериод $\delta = (U_1 - U_2)/2U_{г.ср}$ [4]. В инженерных расчетах предлагается использовать упрощенное выражение

$$u_л(\theta) = U_{г.ср.}(1 + \delta - 2\delta\theta / \pi). \qquad (3)$$

Эта аппроксимация с достаточной для инженерной практики точностью позволяет рассчитывать большой класс схем с разрядными лампами.

Однако как алгебраическая, так дифференциальная аппроксимации содержат множество коэффициентов, которые с изменением характеристик разрядных ламп должны постоянно уточняться, что не всегда удобно. Причем, на некоторые типы разрядных ламп эти коэффициенты вообще отсутствуют, что значительно ограничивает применение того или иного метода аппроксимации [4].

Целью данной работы является разработка способа аппроксимации динамических вольт-амперных характеристик, полученных экспериментально для различных типов разрядных ламп.

Следует учитывать, что экспериментальные данные имеют ошибки, обусловленные неточностью измерений, поэтому в данной задаче нецелесообразно применять интерполяцию, не позволяющую сглаживать погрешности измерений.

Эту проблему решает сглаживающая аппроксимация сплайнами [5]. Можно построить сглаживающий сплайн, который обеспечит максимальную «гладкость» результирующего полинома среди функций, отклонение которых от результатов измерений не превышает заданной величины допустимой погрешности аппроксимации. Периодический сплайн $S(t)$ является периодической кусочно-гладкой функцией и на каждом участке гладкости представляется в виде полинома некоторой степени. В теории сглаживающих сплайнов гладкость измеряют посредством L_2 нормы второй производной:

$$\left\| S^{//} \right\|_{L_2} = \sqrt{\int_0^T \left| S^{//}(t) \right|^2 dt}\ , \qquad (4)$$

где T – период.

Однако следует учитывать, что некоторое число производных сплайна, называемое дефектом, терпит разрыв на границах интервалов гладкости. Так как токи и напряжения входят в дифференциальные уравнения, то желательно использовать бесконечно дифференцируемые представления для этих функций.

Для этой цели удобно использовать *тригонометрические полиномы*, являющиеся рядами Фурье с конечным числом ненулевых членов. В теории обработки сигналов широко используются такие представления [6, 7], при этом для выделения ошибок измерения разделяют дискретный спектр периодических колебаний и непрерывный спектр непериодического шума, обусловленного ошибками измерений. Это свойство шума позволяет отделить его от периодического сигнала. Для этого функция должна быть измерена на длительном промежутке времени, включающем несколько, вообще говоря, неизвестных периодов функции.

Однако в некоторых задачах период может быть известен точно, а функция измерена только на одном периоде. Например, осциллограмма представляет измерение тока и напряжения в цепи за один период, определяемый по известной частоте. В этом случае невозможно выделить непериодический шум, обусловленный погрешностью измерений, так как он задан только на одном периоде; периодическое продолжение превратит его в обычное периодическое колебание с дискретным спектром.

Нами предложен эффективный метод тригонометрической аппроксимации периодических сигналов, измеренных с некоторыми ошибками. Эффективность достигается за счет использования быстрого преобразования Фурье для определения амплитуд Фурье. Сглаживание погрешностей измерений происходит за счет обнуления малых по модулю амплитуд колебаний, соответствующих высоким частотам.

Пусть T-периодическая функция $f(t)$ измерена в некоторой сетке Δ_0 из N узлов t_i:

$$\Delta_0: \quad t_0 < t_1 < \ldots < t_{N-1} < t_0 + T\ . \qquad (5)$$

Для использования быстрого преобразования Фурье функция должна быть измерена в равномерной сетке периода, а число узлов в сетке должно быть степенью двойки. На практике это трудно достижимо, кроме того, очевидно, что неравномерная сетка может дать большую точность, если гуще размещать узлы на промежутках сильного изменения функции. Для возможности использования неравномерной сетки с произвольным числом узлов предлагается использовать промежуточную интерполяцию периодическим кубическим сплайном. После такой интерполяции аппроксимация тригонометрическим полиномом строится по значениям сплайна в равномерной сетке Δ_1 с числом узлов, равным целой степени двойки:

$$\Delta_1 : t_0 = \tau_0 < \tau_1 < \ldots < \tau_{N_\tau - 1} < \tau_0 + T,\ \tau_l = t_0 + l\Delta\tau,\ \Delta\tau = T / N_\tau,\ N_\tau = 2^m. \qquad (6)$$

Сетка Δ_1 должна быть не реже Δ_0. Если Δ_0 близка к равномерной сетке, что чаще всего бывает на практике, число узлов сетки Δ_1 N_τ можно рассчитать по формуле

$$N_\tau = 2^{\left[\log_2 N\right]}, \qquad (7)$$

где $[x]$ определяет минимальное целое число, больше *x*. При таком определении N_τ есть минимальная степень двойки, большая числа N.

Алгоритм построения аппроксимирующего тригонометрического полинома включает три этапа:

1) интерполяция периодической функции периодическим кубическим сплайном $S(t)$ по значениям измерений в сетке Δ_0; вычисление $S(t)$ в сетке Δ_1;

2) быстрое преобразование Фурье значений сплайна в равномерной сетке для вычисления амплитуд Фурье;

3) фильтрация высокочастотных колебаний с малыми по модулю амплитудами.

Число отбрасываемых гармоник на третьем этапе определяется задаваемым параметром ε – допустимой точностью аппроксимации. Построенный с помощью быстрого преобразования Фурье тригонометрический полином в точности совпадает с интерполяционным сплайном в узлах равномерной сетки Δ_1. После обнуления амплитуд в результате фильтрации максимальное отклонение тригонометрического полинома от сплайна в сетке Δ_1 не должно превышать ε .

В данной работе рассмотрен первый этап построения тригонометрического полинома: интерполяция периодическими тригонометрическими сплайнами функции, заданной на произвольной сетке.

Для интерполяции функции в узлах сетки (6) по значениям в узлах сетки (5) можно воспользоваться линейной интерполяцией. Однако большую точность дают кубические сплайны.

Интерполяционным периодическим сплайном $S(t)$ функции $f(t)$, заданной на сетке (5), называется непрерывная функция с непрерывными первой и второй производными, представленная на каждом интервале $t \in [t_i, t_{i+1}]$, i=0,1,…,N−1 в виде полинома третьей степени и удовлетворяющая условиям

$$S(t_i) = f_i, \quad i = 0,1,..., N, \tag{8}$$

$$S'(t_0) = S'(t_N), \tag{9}$$

$$S''(t_0) = S''(t_N). \tag{10}$$

Здесь обозначено $f_i = f(t_i)$, $t_N = t_0 + T$ и положено $f_N = f_0$ в силу периодичности интерполируемой функции. Такой сплайн существует и он единственен [5].

На каждом интервале $t \in [t_i, t_{i+1}]$, i=0,1,…,N−1 сплайн можно представить в виде

$$S(t) = f_i\varphi\left(\frac{t-t_i}{h_i}\right) + f_{i+1}\varphi\left(\frac{t_{i+1}-t}{h_i}\right) + h_i\left[m_i\psi\left(\frac{t-t_i}{h_i}\right) - m_{i+1}\psi\left(\frac{t_{i+1}-t}{h_i}\right)\right], \quad (11)$$

где обозначено $h_i = t_{i+1} - t_i$, $\varphi(x) = (1-x)^2(1+2x)$, $\psi(x) = x(1-x)^2$.

Легко видеть, что

$$\varphi(0)=1, \quad \varphi(1)=\varphi'(0)=\varphi'(1)=0, \quad \varphi''(0)=-6, \quad \varphi''(1)=6,$$
$$\psi'(0)=1, \quad \psi(0)=\psi(1)=\psi'(1)=0, \quad \psi''(0)=-4, \quad \psi''(1)=2.$$

Отсюда получаем

$$S(t_i) = f_i, \quad S^{/}(t_i) = m_i, \quad i = 0,1,...N.$$

Таким образом, при любых значениях m_i функция (11) непрерывна вместе с первой производной и удовлетворяет условию (8). Значения производных функции $S(t)$ в узлах сетки m_i подлежат определению. Итого имеем N+1 неизвестную. Условие непрерывности второй производной $S(t)$ в узлах t_i, i=1,2,…,N−1 дает N−1 уравнение:

$$\lambda_i m_{i-1} + 2m_i + \mu_i m_{i+1} = c_i, \quad i = 1,2,..., N-1, \quad (12)$$

где $\lambda_i = h_i/(h_i + h_{i-1})$; $\mu_i = 1 - \lambda_i$;

$$c_i = 3[\lambda_i(f_i - f_{i-1})/h_{i-1} + \mu_i(f_{i+1} - f_i)/h_i].$$

Дополнительные два уравнения получаем из условий (9) и (10). В силу (9)

$$m_0 = m_N, \quad (13)$$

а условие (10) приводит к уравнению

$$\lambda_N m_{N-1} + 2m_N + \mu_N m_{N+1} = c_N, \quad (14)$$

если положить $f_{N+1} = f_1$, $m_{N+1} = m_1$, $h_N = h_0$, что соответствует условию периодичности функции $f(t)$.

Исключив из уравнений (12)-(14) неизвестную m_0, получим систему из N линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для определения величин m_i, i=1,2,…,N:

$$2m_1 + \mu_1 m_2 + \lambda_1 m_N = c_1; \quad (15)$$

$$\lambda_i m_{i-1} + 2m_i + \mu_i m_{i+1} = c_i, \quad i = 2,3,...N-1; \quad (16)$$

$$\mu_N m_1 + \lambda_N m_{N-1} + 2m_N = c_N. \quad (17)$$

В матричном виде система (15)-(17) имеет вид

$$Am = c, \quad (18)$$

где $A = \begin{pmatrix} 2 & \mu_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \lambda_1 \\ \lambda_2 & 2 & \mu_2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_{N-1} & 2 & \mu_{N-1} \\ \mu_N & 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda_N & 2 \end{pmatrix}$ – трехдиагональная матрица с диагональным преобладанием; $m = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \dots \\ m_N \end{pmatrix}$ – вектор-столбец неизвестных значений сплайна в узлах сетки; $c = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_N \end{pmatrix}$ – вектор-столбец правой части СЛАУ (18).

СЛАУ (18) удобно решать методом прогонки. Алгоритм состоит из трех этапов. На первом вычисляются величины v_i, u_i, p_i, i=0,1,…,N по рекуррентной схеме:

$$v_0 = u_0 = 0, \quad p_0 = 1,$$

$$\left.\begin{aligned} v_i &= -\mu_i x_i, \\ u_i &= (c_i - \lambda_i u_{i-1}) x_i, \\ p_i &= -\lambda_i p_{i-1} x_i, \end{aligned}\right\} \quad i = 1,2,\dots,N,$$

где $x_i = 1/(2 + \lambda_i v_{i-1})$, $i = 1,2,\dots,N$.

На втором этапе вычисляются величины s_i, y_i, i=N−1, N−2,…,1 по рекуррентной схеме:

$$s_N = 1, \quad y_N = 0,$$

$$\left.\begin{aligned} s_i &= v_i s_{i+1} + p_i, \\ y_i &= v_i y_{i+1} + u_i, \end{aligned}\right\} \; i = N-1, N-2,\dots,1.$$

На третьем этапе восстанавливаются значения неизвестных m_i, i=N, N−1,…,1 по рекуррентной схеме:

$$m_N = \frac{u_N + v_N y_1}{1 - p_N - v_N s_1},$$

$$m_i = y_i + s_i m_N, \quad i = 1,2,\ldots,N-1.$$

После определения этих величин сплайн $S(t)$ может быть вычислен в произвольной точке интервала $t \in [t_0, t_N]$ по формуле (15).

Таким образом, функция $f(t)$ может быть интерполирована в узлах сетки (6) значениями периодического интерполяционного кубического сплайна $S(t)$. Это дает основание утверждать, что с помощью кубического сплайна, который был получен на неравномерной сетке, можно построить функцию на равномерной сетке и использовать ее для получения преобразования Фурье.

1.Фугенфиров М. И. Электрические схемы с газоразрядными лампами. – М.: Энергия, 1974. – 368 с.

2.Литвинов В.С., Троицкий А.М., Холопов Г.К. Характеристики отечественных люминесцентных ламп при работе на повышенных частотах // Светотехника. – 1964. – №1. – С.6-8.

3. Спирин А.А. Методы расчета и исследования контура газоразрядная лампа – индуктивный балласт с потерями и определение оптимальных параметров дросселей: Автореф. дис. … канд. техн. наук. – М., 1975. – 19 с.

4.Краснопольский А.Е., Соколов В.Б., Троицкий А.М. Пускорегулирующие аппараты для разрядных ламп. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 208 с.

5.Завьялов Ю.С., Леус В.А., Скороспелов В.А. Сплайны в инженерной геометрии. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.

6.Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 265 с.

7.Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Т.2. – М: Мир, 1972. – 142 с.

Получено 20.05.2005

УДК 621.316

С.А.ПРИВЕДЕННИЙ
Полтавська філія „Укрсільенергопроект”
В.Ф.РОЙ, д-р фіз.-матем. наук
Харківська національна академія міського господарства

ЕТАПИ ПОБУДОВИ ІНТЕГРОВАНИХ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ КОНТРОЛЮ ОБЛІКУ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ

Розглядається структура і принцип роботи автоматичної системи контролю та обліку електроенергії в сільських електричних мережах, а також можливості покращення роботи таких систем.

Одним з важливих завдань енергоринку є контроль за кількістю та якістю електроенергії, що відпускається споживачу.